

Кинематический анализ модифицированного механизма ротопода с четырьмя кинематическими цепями

С. А. Скворцов, Н. Л. Ковалева, А. Б. Ласточкин,
Н. С. Азиков, С. М. Демидов

Представлен алгоритм решения задачи по определению рабочей зоны модифицированного механизма ротопода с четырьмя кинематическими цепями, выходное звено которого имеет шесть степеней свободы. Показано, что рассмотренный пространственный механизм может найти применение для робототехнических комплексов по обработке деталей сложной формы и аддитивных технологий, а также в измерительных метрологических системах.

Ключевые слова:

механизм параллельной структуры, механизмы типа «ротопод», рабочая зона механизма, кинематическая цепь, платформа, выходное звено, степень свободы

УДК 621.0 | ВАК 2.5.2

DOI: 10.22184/2499-9407.2023.33.4.70.76

Механизмы параллельной структуры являются необходимыми для создания робототехнических комплексов по обработке деталей сложной формы и аддитивных технологий. Чаще всего используют механизмы с шестью кинематическими цепями типа платформ Гауфа, однако в таких механизмах взаимное движение цепей может быть ограничено. Поэтому появились схемы с тремя цепями, однако такие механизмы могут быть недостаточно жесткими.

С учетом проведенного анализа, с точки зрения структуры, наиболее подходящими могут быть механизмы с четырьмя кинематическими цепями и круговой направляющей типа «ротопод». Эти механизмы позволят обеспечить выходному звену оборот на 360° относительно вертикальной оси и увеличенную рабочую зону.

В данной статье предлагается рассмотреть механизм ротопода с четырьмя кинематическими цепями, у которого на круговой направляющей основания установлены четыре двигателя, и в двух кинематических цепях установлены два линейных двигателя (рис. 1), что позволяет обеспечить полный оборот выходного звена относительно оси Z . Применяемые механизмы с этими свойствами в тренажерах позволяют моделировать движение транспортных средств в реальных дорожных условиях.

Аналогия с конструкцией автомобиля достигается тем, что передние и задние подвески имеют разные конструкции и отличаются по динамическим нагрузкам. В создаваемом тренажере выходным звеном будет сам автомобиль, а к ступицам автомобиля крепятся кинематические цепи

механизма, что позволяет более реально моделировать дорожные условия с учетом работы подвески.

Для рассматриваемого механизма введем следующие обозначения:

- A_1, A_2, A_3, A_4 – точки положения выходного звена;
- B_1, B_2, B_3, B_4 – точки положения кареток основания;
- R – радиус платформы основания, по которому перемещаются каретки;
- r – радиус платформы выходного звена;
- L – длина штанги для двух кинематических цепей;
- L_{max}, L_{min} – ограничения длин штанг для двух других кинематических цепей.

В данной работе продолжается кинематическое исследование данного механизма, представленное в публикации [8] для применения в тренажерах, и предлагается решение задачи по определению рабочей зоны с измененными параметрами механизма. Поэтому необходимо решить обратную задачу о положениях выходного звена.

Для этого определим матрицу перехода из подвижной системы координат (выходного звена) в неподвижную систему координат (основания). Представим этот переход как последовательное вращение вокруг осей системы координат основания соответственно, на углы α, β, γ , далее на величину x_1, y_1, z_1 проведем смещение вдоль этих же осей.

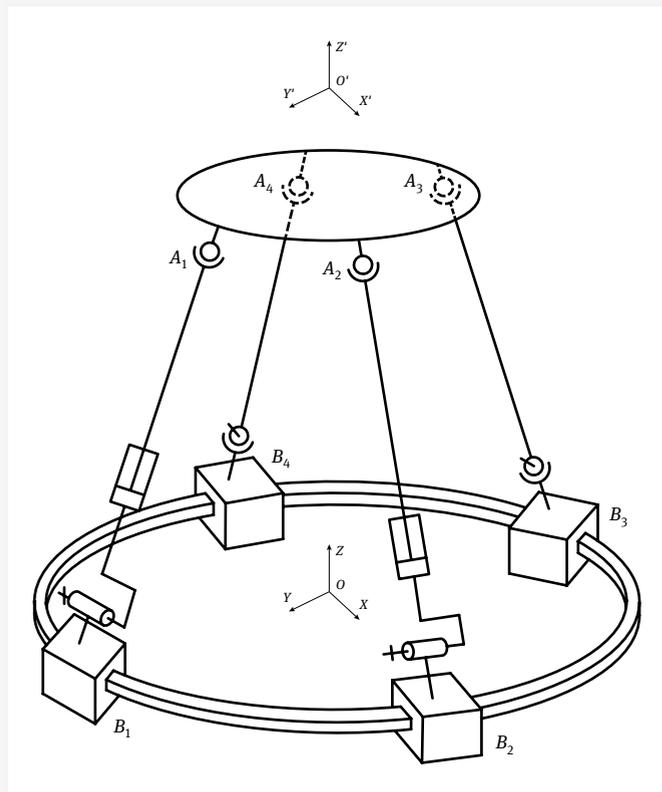


Рис. 1. Механизм параллельной структуры с четырьмя кинематическими цепями и круговой направляющей

Матрицы, описывающие заданные повороты, относительно оси OX на угол α , относительно оси OY на угол β и относительно оси OZ на угол γ соответственно имеют вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Линейное смещение на величину x_1, y_1, z_1 по координатным осям в неподвижной системе координат опишем матрицей:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Запишем матрицу перехода M из системы координат выходного звена к неподвижной системе координат основания, которую получаем в результате перемножения этих матриц в обратном порядке:

$$\begin{pmatrix} \cos\gamma\cos\beta & \cos\gamma\sin\beta\sin\alpha - \sin\gamma\sin\alpha + \cos\gamma\cos\alpha\sin\beta & x_1 \\ \sin\gamma\cos\beta & \cos\gamma\cos\alpha - \sin\gamma\cos\alpha\sin\beta - \cos\gamma\sin\alpha & y_1 \\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\alpha & \cos\beta\cos\alpha & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Опишем матрицей P положение точек A_1, A_2, A_3, A_4 в подвижной системе координат, при известных параметрах исследуемого выходного звена механизма:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

В этой матрице столбцы задают координаты центров точек крепления сферических шарниров на платформе выходного звена A_1, A_2, A_3, A_4 .

Определим координаты центров точек крепления выходного звена в системе координат основания произведением двух матриц: матрицы перехода M и матрицы P – координат точек выходного звена в подвижной системе координат:

$$A = M \cdot P. \tag{1}$$

Решение обратной задачи о положениях для исследуемого механизма заключается в определении обобщенных

координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ углов между осью OX и векторами точек B_1, B_2, B_3, B_4 , соответствующих положениям кареток и длин штанг L_1, L_2 . Алгоритм решения данной задачи представим следующим образом.

Вначале рассмотрим задачу определения положения обобщенных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ и определения координат проекций точек A_1, A_2, A_3, A_4 в плоскости XOY системы координат основания.

Для определения обобщенной координаты φ_1 (рис. 2), представляющей значение угла между положительным направлением оси OX системы координат основания и радиус-вектором l_{11} – проекции точки A_1 на плоскости XOY , необходимо знать, в каком квадрате плоскости основания XOY находится проекция точки A_1 , что является индикатором знака «+» или «-» перед координатой YA_1 :

- если $YA_1 > 0$, тогда обобщенная координата

$$\varphi_1 = \arccos\left(\frac{X_{A1}}{l_{11}}\right);$$

- если $YA_1 < 0$, тогда обобщенная координата

$$\varphi_1 = 2\pi - \arccos\left(\frac{X_{A1}}{l_{11}}\right).$$

Теперь определим длину штанги L_1 , линейную обобщенную координату:

$$L_1 = \sqrt{(R - l_{11})^2 + Z_{A1}^2},$$

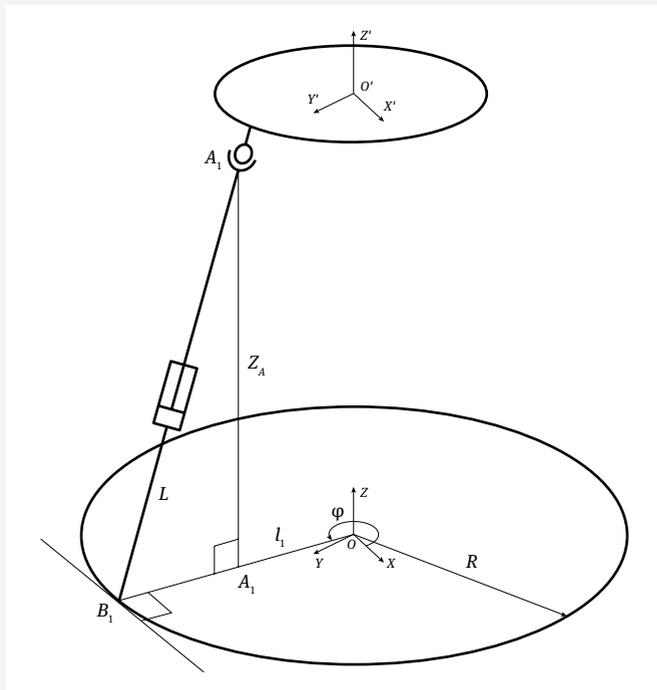


Рис. 2. Схема звена механизма для определения обобщенных координат углов

где $l_{11} = \sqrt{X_{A1}^2 + Y_{A1}^2}$ – расстояние $[OA_{1p}]$ от центра системы координат основания до проекции точки A_1 на плоскости XOY .

Аналогично определяются обобщенные координаты φ_2 и L_2 .

Для определения обобщенной координаты φ_4 (рис. 3) необходимо определить дополнительный угол φ_{14} .

В зависимости от места положения проекции точки A_4 , в каком квадрате она окажется, угол определяется следующим образом:

- при $YA_4 > 0$, $\varphi_{14} = \arccos\left(\frac{X_{A4}}{l_{14}}\right)$;

- при $YA_4 < 0$, $\varphi_{14} = 2\pi - \arccos\left(\frac{X_{A4}}{l_{14}}\right)$;

где $l_{14} = \sqrt{X_{A4}^2 + Y_{A4}^2}$, – расстояние от начала системы координат основания до проекции точки A_4 на плоскости XOY .

Далее определим значение угла φ_{44} из треугольника OA_4B_4 (рис. 3):

$$\varphi_{44} = \arccos\left(\frac{R^2 + l_{14}^2 - L_{44}^2}{2Rl_{14}}\right),$$

где $l_{44} = \sqrt{L_4^2 + Z_{A4}^2}$.

Из рис. 3 видно, что для решения угол φ_{44} можно принять как со знаком «+» (по ходу часовой стрелки, положение точки B_4), так и со знаком «-» (против хода часовой стрелки, положение точки B'_4). Для симметричной расстановки кареток на основании и исключения пересечения кинематических цепей, предлагается устанавливать по ходу часовой стрелки точки B_1, B_3 с нечетным индексом, а против

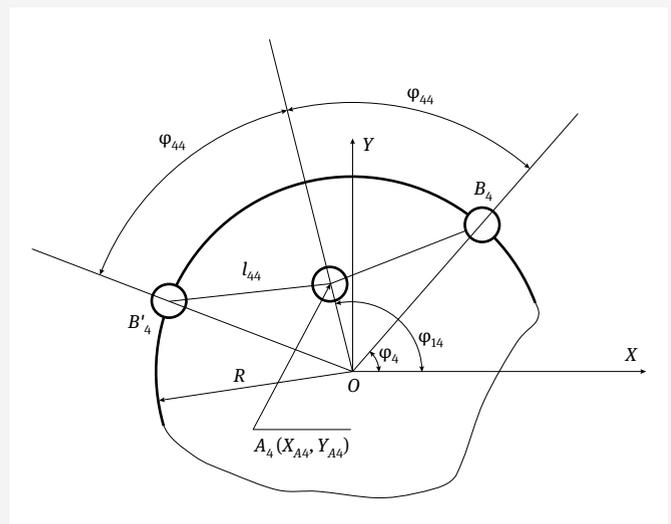


Рис. 3. Схема расположения кареток для определения обобщенных координат узлов

хода часовой стрелки точки B_2, B_4 с четным индексом. Такое расположение точек на основании придает конструкции механизма наибольшую устойчивость.

Далее определяем обобщенную координату φ_4 :

$$\varphi_4 = \varphi_{14} - \varphi_{44}.$$

Аналогично определяется обобщенная координата j_3 :

$$\varphi_3 = \varphi_{13} + \varphi_{33}.$$

Для определения границ рабочей зоны исследуемого механизма будем сканировать рабочую зону выходного звена по шести координатам с учетом конструктивных ограничений.

Критерием геометрических ограничений являются:

- ограничения длин штанг кинематических цепей;
- минимальный и максимальный углы расположения соседних кареток;
- условие непересечения штанг кинематических цепей;
- минимальный и максимальный углы между штангами и нормальными точек выходного звена к основанию;
- равенство нулю определителя матрицы плюккеро-вых координат ортов осей штанг;
- расположение внутри четырехугольника, образованного точками кареток проекции центра масс выходного звена.

Для решения первой задачи (ограничения длин штанг), критерием ограничения является максимальное значение координат Z_{Ai} для точек A_1, A_2, A_3, A_4 . Это значение $Z_{Ai} < L_{Ai}$, где Z_{Ai} элементы третьей строки уравнения (1) для штанг постоянной длины и $L_{1min} < L_1 < L_{1max}$ и $L_{2min} < L_2 < L_{2max}$ для двух штанг с приводными поступательными парами.

Для решения второй из этих задач рассмотрим векторное произведение радиус-векторов между точками B_1, B_2, B_3, B_4 . Минимальный угол сближения кареток должен быть 12° . Векторное произведение S_{12} , соответствующее углу $\angle B_1OB_2$ между точками B_1 и B_2 , имеет вид:

$$S_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin \varphi_1 \\ 0 & 0 & -\cos \varphi_1 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Определим угол $\angle B_1OB_{2min}$ между радиус-векторами точек B_1 и B_2 :

$$\angle B_1OB_{2min} = \frac{180^\circ}{\pi} \arcsin(S_{12}).$$

Теперь запишем условие максимального сближения соседних кареток:

$$\angle B_1OB_{2min} \geq 12^\circ.$$

Скалярное произведение векторов между точками основания B_1 и B_2 равно:

$$H_{12} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Далее находим угол $\angle B_1OB_{2max}$ между радиус-векторами точек B_1, B_2 :

$$\angle B_1OB_{2max} = \frac{180^\circ}{\pi} \arccos(H_{12}).$$

Запишем условие, определенное конструктивными ограничениями механизма:

$$\angle B_1OB_{2max} \leq 120^\circ.$$

Условие непересечения штанг кинематических цепей не выполняется, если векторное произведение (2) меньше нуля.

Далее находим углы между штангами и нормальными к платформе выходного звена из скалярного произведения между осью $O'Z'$ и вектором A_iB_i . Углы между штангами и нормальными к платформе основания находим из скалярного произведения между осью OZ и вектором A_iB_i . Для этого запишем матрицу координат точек основания:

$$B = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & \cos \varphi_2 & \cos \varphi_3 & \cos \varphi_4 \\ \sin \varphi_1 & \sin \varphi_2 & \sin \varphi_3 & \sin \varphi_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Определим матрицу K :

$$K = A - B. \quad (3)$$

Определим векторы A_iB_i , представляющие шесть столбцов матрицы K , где матрица A получена из решения уравнения (1). При этом в матрице K четвертая строка вспомогательная. Далее используем скалярное произведение вектора A_iB_i и орта оси Z для определения угла U_{oc} между штангой L_1 и нормалью к плоскости основания XOY . Угол, согласно конструктивным ограничениям между этими векторами, не должен превышать 11° :

$$U_{oc} = \frac{180^\circ}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{1}{L} \left(\begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \\ K_{31} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \right) \right] \leq 11^\circ.$$

Координатами вектора A_1B_1 являются элементы матрицы K , которые определяются из уравнения (3), а вектор

столбец $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ является ортом оси Z .

Определим угол U_B между штангой L_1 и нормалью к плоскости выходного звена $X'O'Y'$ из следующего уравнения:

$$U_B = \frac{180^\circ}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{1}{L} \left(\begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \\ K_{31} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} Z'_x \\ Z'_y \\ Z'_z \end{pmatrix} \right) \right) \right),$$

где вектор-столбец $\begin{pmatrix} Z'_x \\ Z'_y \\ Z'_z \end{pmatrix}$ является ортом оси Z' , определяемым из соотношения $M \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, где M – матрица перехода.

Угол, согласно конструктивным ограничениям между этими векторами, не должен превышать $22^\circ: U_B \leq 22^\circ$.

Целью проверки исследуемого механизма на близость к особым положениям характеризуется равенством нулю определителя матрицы плюккеровых координат единичных векторов, направленных вдоль осей четырех кинематических цепей, которые определяются для каждого положения. Запишем матрицу плюккеровых координат:

$$E = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & x_1^0 & y_1^0 & z_1^0 \\ x_2 & y_2 & z_2 & x_2^0 & y_2^0 & z_2^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_4 & y_4 & z_4 & x_4^0 & y_4^0 & z_4^0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично определяются плюккеровы координаты остальных единичных векторов.

Значение определителя данной матрицы не должно быть равно нулю:

$$|\det(E)| > 0.$$

Определим координаты единичного винта, проходящего через ось кинематической цепи A_1B_1 (первая строка).

Координаты векторной части:

$$(x_1, y_1, z_1) = (A_1B_{1x}/L; A_1B_{1y}/L; A_1B_{1z}/L),$$

в которой координаты A_1B_{1x} , A_1B_{1y} , A_1B_{1z} определяются матрицей K .

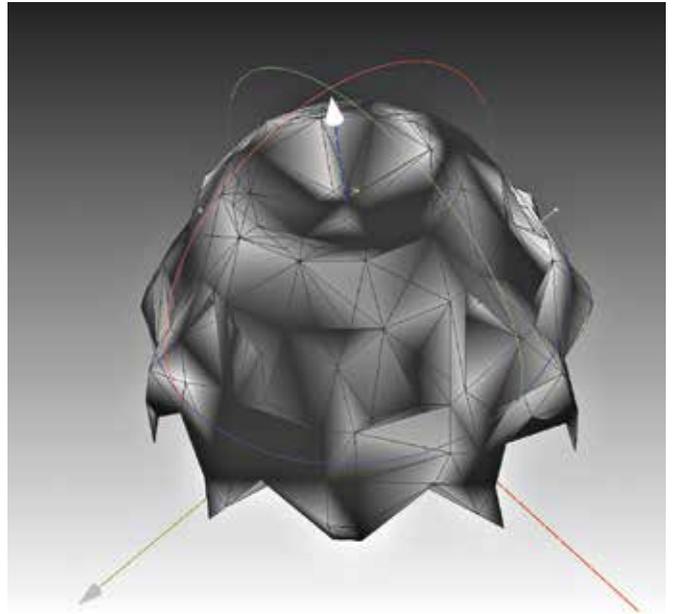


Рис. 4. Вид рабочего пространства механизма

Координаты моментной части определяются матрицей:

$$(x_1^0 \ y_1^0 \ z_1^0) = \begin{pmatrix} 0 & -B_{31} & B_{21} \\ B_{31} & 0 & -B_{11} \\ -B_{21} & B_{11} & 0 \end{pmatrix}.$$

Для выполнения условия недопустимости расположения проекции центра масс выходного звена вне четырехугольника, необходимо чтобы проекции центра масс выходного звена механизма располагались внутри четырехугольника B_1, B_2, B_3, B_4 . Это условие направлено на предотвращение опрокидывающего момента, возникающего от силы.

Запишем условие выполнения данной проверки.

Формируем вектор G координат центра масс выходного звена в подвижной системе координат $X'Y'Z'$:

$$G = \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Определим координаты центра масс в неподвижной системе координат XYZ :

$$G_0 = M \cdot G.$$

Далее составим векторное произведение вектора B_1B_2 и вектора B_1C , соединяющего точку B_1 с точкой C ,

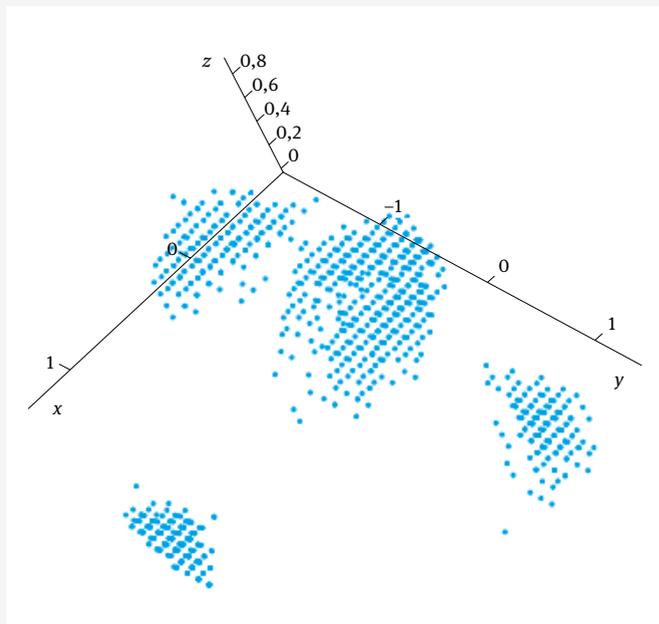


Рис. 5. Поворот рабочей зоны относительно осей OX и OY , соответственно, на три шага $\pi/12$ и 12 шагов $\pi/6$

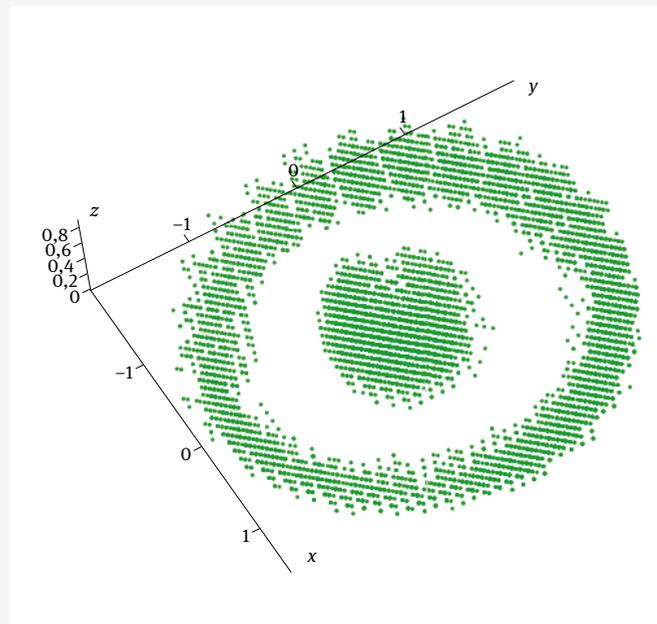


Рис. 6. Поворот рабочей зоны относительно оси OZ на 12 шагов $\pi/6$

проекции центра масс выходного звена на плоскость основания XOY :

$$B_1 B_2 \times B_1 C > 0,$$

где вектор $B_1 B_2$ – хорда, соединяющая точки B_1 и B_2 .

Проекция центра масс будет расположена левее хорды, если векторное произведение положительно.

Для исследуемого механизма это условие проверяется для всех хорд, образующих на основании механизма упомянутый четырехугольник.

Формируем область рабочего пространства исследуемого механизма, с учетом приведенных ограничений.

Приведем численный пример, на котором покажем множество сечений рабочего пространства, полученного параллельными плоскостями с заданным интервалом:

- с интервалом 0,05 м – сканируем точки вдоль оси OX ;
- с интервалом 0,1 м – сканируем точки вдоль оси OY ;
- с интервалом 0,01 м – сканируем точки вдоль оси OZ .

Рассмотрим механизм с заданными параметрами:

$L = 0,8$ м; $R = 2$ м; $r = 1,22$ м; $L_{\max} = 1,15$ м; $L_{\min} = 0,25$ м.

Представим вид рабочего пространства (рис. 4). Поворот рабочей зоны относительно осей OX , OY , OZ (рис. 5, 6).

Вывод

Получен алгоритм решения задачи по определению рабочей зоны модифицированного механизма ротопода с четырьмя

кинематическими цепями, выходное звено которого имеет шесть степеней свободы.

Рассмотренный алгоритм решения обратной задачи о положениях также может служить основой последующего кинематического анализа механизма.

Рассмотренный пространственный механизм может найти применение для робототехнических комплексов по обработке деталей сложной формы и аддитивных технологий, может использоваться в измерительных метрологических системах (заточки инструмента, проверки точности деталей и т.д.), роботы, созданные на основе этих механизмов, также могут успешно применяться для различных сборочных процессов.

Литература

1. **Gough V.E.** Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and in type performance // Proceedings of Mechanical Engineers: Auto Division. 1956. PP. 392–395.
2. **Kong X., Gosselin C.** Type synthesis of parallel mechanisms. Springer, 2007. 272 p.
3. **Merlet J.P.** Parallel robots. Kluwer Academic Publishers, 2006. 372 p.
4. **Stewart D.** A platform with 6 degrees of freedom // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1965. PP. 371–386.
5. **Глазунов В. А., Колискор А. Ш., Крайнев А. Ф.** Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 95 с.

6. **Глазунов В. А.** Структура пространственных механизмов. Группы винтов и структурные группы // Справочник. Инженерный журнал. С приложением. 2010. 24 с.
7. **Schmitt D. J., Benavides G. L., Bieg L. F., Kozlowski D. M.** Analysis of the Rotopod: an all revolute parallel manipulator // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Leuven, Belgium. May 16–21. 1998.
8. **Скворцов С. А.** Кинематический анализ пространственных механизмов параллельной структуры с круговой направляющей и четырьмя кинематическими цепями // Справочник. Инженерный журнал. 2016. № 5. С. 16–21.
9. **Антонов А. В., Фомин А. С., Глазунов В. А., Скворцов С. А.** Решение прямой задачи о положениях для пятиподвижного механизма гибридной (параллельно-последовательной) структуры // Технологическое обеспечение и повышение качества изделий машиностроения и авиакосмической отрасли: сборник научных статей / Под общ. ред. Д. И. Петрешина. Брянск: БГТУ, 2022. – С. 110–113. Дата публикации: 14.10.2022
10. Новые механизмы робототехнических и измерительных систем / Под ред. В. А. Глазунова, С. В. Хейло. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2022. 244 с. ISBN 978-5-94836-647-0. Рецензенты: академик РАН Алешин Н. П., академик РАН Ерохин М. Н.

Авторы

Скворцов Сергей Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН

Ковалева Наталья Львовна – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН

Ласточкин Алексей Борисович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН

Азиков Николай Сергеевич – доктор технических наук, главный научный сотрудник Института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН

Демидов Сергей Михайлович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН



Металлообработка. Сварка – Урал

международная выставка технологий,
оборудования, материалов для машиностроения,
металлообрабатывающей промышленности
и сварочного производства



12–15 марта 2024
Екатеринбург

крупнейший
специализированный
региональный проект в России

(342) 264-64-27
egorova@expoperm.ru
metal-ekb.expoperm.ru



РОССИЙСКАЯ РОБОТОТЕХНИКА – ПОСТРОЕНИЕ НОВЫХ ЦЕПОЧЕК СОЗДАНИЯ ЦЕННОСТИ

13 – 15 декабря 2023

В программе:

- Выставка робототехнических инноваций
- Конференция по актуальным вопросам роботизации, семинары и мастер-классы
- Молодежные соревнования в формате Robotics Skills
- День поставщика робототехники

Санкт-Петербург, КЦ «ПетроКонгресс»,
ул. Лодейнопольская д.5

Организатор:

